

Соотношения параметров и некоторые закономерности в электродинамике

ПАНАСЕНКОВ М. А., канд. техн. наук

Ниже речь пойдет о соотношении электрических и магнитных проницаемостей, соответствующих им удельных проводимостей, об энергетических и других закономерностях в электродинамике. Целью данной статьи является популяризация симметричной системы уравнений электромагнитного поля (ЭМП), разработанной в 1913 г. выдающимся русским ученым В. К. Аркадьевым [1, с. 19]. В случае синусоидальных процессов в однородных и изотропных средах эти уравнения на современном этапе могут быть записаны так:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H}_t = \varepsilon_1 \Omega \mathbf{E}_t + \varepsilon_2 \frac{\partial \mathbf{E}_t}{\partial t}; \quad (1)$$

$$-\operatorname{rot} \mathbf{E}_t = \mu_1 \Omega \mathbf{H}_t + \mu_2 \frac{\partial \mathbf{H}_t}{\partial t} \quad (2)$$

или в комплексном представлении после сокращения на $e^{-i\Omega t}$:

$$\operatorname{rot} \dot{\mathbf{H}} = \varepsilon_1 \Omega \dot{\mathbf{E}} - i\varepsilon_2 \Omega \dot{\mathbf{E}} = \tilde{\gamma}_3 \dot{\mathbf{E}}; \quad (3)$$

$$-\operatorname{rot} \dot{\mathbf{E}} = \mu_1 \Omega \dot{\mathbf{H}} - i\mu_2 \Omega \dot{\mathbf{H}} = \tilde{\eta}_3 \dot{\mathbf{H}}, \quad (4)$$

где $\dot{\mathbf{E}}$ и $\dot{\mathbf{H}}$ — комплексные векторы напряженностей электрического и магнитного полей (вихря ЭМП); Ω — угловая скорость их вращения. Поскольку ЭМП распространяется в пространстве со скоростью света в вакууме c , то согласно гипотезе Максвелла о молекулярных вихрях под Ω надо понимать световую угловую скорость $\Omega = c/a$, где a — радиус вихря ЭМП.

Так как взаимно перпендикулярные векторы $\dot{\mathbf{E}}$ и $\dot{\mathbf{H}}$ колеблются в одной фазе [2, с. 297], то из равенства энергий $\tilde{\varepsilon}_3 \dot{\mathbf{E}}^2 = \tilde{\mu}_3 \dot{\mathbf{H}}^2$ и волнового сопротивления $z_a = \mathbf{E}/\dot{\mathbf{H}} = (\tilde{\mu}_3/\tilde{\varepsilon}_3)^{1/2}$ следует, что должны быть равны и аргументы комплексных эквивалентных проницаемостей $\tilde{\varepsilon}_3 = \varepsilon_1 - i\varepsilon_2$ и $\tilde{\mu}_3 = \mu_1 - i\mu_2$, т. е. $\vartheta_1 = \vartheta_2 = \vartheta$. Согласно опытам $\vartheta = 29^\circ 40' \approx 30^\circ$ [3, с. 105]. При этом проницаемости и соответствующие им комплексы удельных эквивалентных проводимостей запишутся так:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\varepsilon}_3 &= \varepsilon_1 - i\varepsilon_2 = \varepsilon_3 e^{-i\vartheta} = \varepsilon \varepsilon_0 e^{-i\vartheta}, \\ \tilde{\mu}_3 &= \mu_1 - i\mu_2 = \mu_3 e^{-i\vartheta} = \mu \mu_0 e^{-i\vartheta}; \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\gamma}_3 &= \Omega \tilde{\varepsilon}_3 = \Omega \varepsilon_3 e^{-i\vartheta} = \gamma_3 e^{-i\vartheta} = \varepsilon \gamma_0 e^{-i\vartheta}, \\ \tilde{\eta}_3 &= \Omega \tilde{\mu}_3 = \Omega \mu_3 e^{-i\vartheta} = \eta_3 e^{-i\vartheta} = \mu \eta_0 e^{-i\vartheta}; \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где ε и μ — относительные электрическая и магнитная проницаемости среды; ε_0 и μ_0 — электрическая и магнитная проницаемости вакуума; $\gamma_0 = \varepsilon_0 \Omega$ и $\eta_0 = \mu_0 \Omega$ — электрическая и магнитная удельные проводимости вакуума. Из равенств (5) и (6) находим следующие соотношения параметров:

$$\varepsilon_2/\varepsilon_1 = \varepsilon_2 \Omega/\gamma_3 = \mu_2/\mu_1 = \mu_2 \Omega/\eta_3 = \operatorname{tg} \vartheta = \operatorname{const}. \quad (7)$$

Проводимости $\gamma_3 = \varepsilon_1 \Omega$ и $\eta_3 = \mu_1 \Omega$ известны из опытов. Отсюда при известной угловой скорости Ω получаем проницаемости ε_1 и μ_1 , определяющие активную мощность, а по (7) при $\vartheta = 30^\circ$ (см. ниже) находим проницаемости ε_2 и μ_2 , определяющие реактивную мощность.

Полнота симметричных уравнений (3) и (4) раскрывается теоремой Пойнтинга — Хевисайда, которая согласно векторному анализу [4, с. 609] при сопряженном комплексе в (3) и сопряженном векторе \mathbf{H} выражается так:

$$\begin{aligned} -\operatorname{div}(\dot{\mathbf{E}} \times \mathbf{H}) &= \dot{\mathbf{E}} \operatorname{rot} \mathbf{H} - \mathbf{H} \operatorname{rot} \dot{\mathbf{E}} = E^2 \gamma_3 e^{i\vartheta} + H^2 \eta_3 e^{-i\vartheta} = \\ &= p_a + i p_r, \end{aligned} \quad (8)$$

где p_a и p_r — объемные плотности активной и реактивной мощностей;

$$p_a = (E^2 \gamma_3 + H^2 \eta_3) \cos \vartheta; \quad (9)$$

$$p_r = (E^2 \gamma_3 - H^2 \eta_3) \sin \vartheta. \quad (10)$$

Только при $\vartheta = 30^\circ$ из (10) следует известное равенство электрической и магнитной энергий [4, с. 476]:

$$w_3 = \varepsilon_3 E^2/2 = \mu_3 H^2/2 = w_m. \quad (11)$$

Однако реактивная мощность $p_r = 0$ при любом значении угла ϑ . Это значит, что для реактивной мощности и, следовательно, для реактивной энергии ЭМП любая среда является прозрачной, что объясняется симметрией уравнений ЭМП. Правильность формулы (9) для потерь мощности, как и аргумента $\vartheta = 30^\circ$, проверена многочисленными экспериментами [3, с. 86, 61].

Равенства (9) и (10) позволяют выявить ряд физических закономерностей и связанных с ними параметров. Например, из (10) при $p_r = 0$ следует известное выражение для волнового сопротивления:

$$z_b = \frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\eta_3}{\gamma_3}} = \frac{1}{\gamma_3 \Delta} = \eta_3 \Delta, \quad (12)$$

где Δ — эквивалентная глубина (ЭГ) проникновения ЭМП в проводящую среду;

$$\Delta = \frac{1}{\sqrt{\gamma_3 \eta_3}} = \frac{1}{\Omega \sqrt{\varepsilon \mu_0}} = \frac{c}{\Omega n_a} = \frac{a}{n_a}; \quad (13)$$

n_a — оптический показатель преломления среды на границе проводник — вакуум. В вакууме $n_a = 1$, при этом ЭГ $\Delta = a$. Из (13) следует, что Δ и n_a изменяются с Ω , но их произведение постоянно: $\Omega \Delta n_a = \Omega_k \Delta_k n_k = c$. Поэтому согласно (12) равенство (9) можно представить в следующем виде:

$$p = \frac{p_a}{\cos \vartheta} = E^2 \gamma_3 \left(1 + \frac{H^2 \eta_3}{E^2 \gamma_3} \right) = p_{\text{эл}} (1 + \gamma_3 \eta_3 \Delta^2), \quad (14)$$

откуда при $\gamma_3 \eta_3 \Delta^2 = \Omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 n_k^2 \Delta_k^2$ находим зависимость удельной электрической мощности и удельной электрической энергии от циклической световой частоты $\Omega = 2\pi\nu_c$:

$$p_{эл} = \frac{p}{1 + \gamma_3 \eta_3 \Delta^2} = \frac{L\Omega^2}{1 + \Omega^2/\Omega_k^2}; \quad (15)$$

$$w_{эл} = \frac{L\Omega}{1 + \gamma_3 \eta_3 \Delta^2} = \frac{w_{эм} \Omega/\Omega_k}{1 + \Omega^2/\Omega_k^2}, \quad (16)$$

где $L = p/\Omega^2 = \text{const}$ — момент импульса ЭМП; $w_{эм} = L\Omega_k$ — полная энергия ЭМП, состоящая из электрической и равной ей магнитной энергий; критическая угловая скорость, при которой $w_{эл} = w_{эм}/2$,

$$\Omega_k = \frac{1}{\Delta_k \sqrt{\varepsilon_3 \mu_3}} = \frac{c}{n_k \Delta_k} = \frac{c}{r_k}, \quad (17)$$

где $r_k = n_k \Delta_k$ — критический радиус (критическая ЭГ), при котором электрическая энергия равна магнитной энергии.

Из (15) видно, что при $\Omega \ll \Omega_k$ электрическая мощность изменяется пропорционально частоте в квадрате, что находится в полном согласии с известными экспериментами [1, с. 78].

Дальнейшие поиски физических закономерностей связаны с дисперсией света, при которой фазовая скорость света v в среде зависит от его частоты ν_c . Так как $v = c/n_n$, то показатель преломления среды n_n , зависящий от частоты, условимся называть переменным показателем преломления, характеризующим собой, как будет видно, нормальную и аномальную дисперсию света [2, с. 339]. При этом из (16) следует энергетическая закономерность, связывающая собой электрическую энергию с кинетической или гравитационной энергией:

$$w_{эл} = \frac{w_{эм}}{\Omega/\Omega_k + \Omega_k/\Omega} = \frac{w_{эм}}{2n_n^2} = \frac{w_{эм} c^2}{c^2 2n_n^2} = \frac{m_{эм} v^2}{2}, \quad (18)$$

где $m_{эм}$ и v — соответственно электромагнитная масса и фазовая скорость света (ЭМП) в среде [2, с. 339];

$$m_{эм} = \frac{w_{эм}}{c^2} = \frac{L\Omega_k}{c^2} = \frac{L}{cr_k}, \quad (19)$$

$$v = \frac{c}{n_n} = \frac{c}{\sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{\Omega}{\Omega_k} + \frac{\Omega_k}{\Omega} \right)}} = \frac{c}{\sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{r_k}{a} + \frac{a}{r_k} \right)}} = \frac{c}{\sqrt{1 + \kappa^2}}. \quad (20)$$

Безразмерный параметр κ определяется так:

$$\kappa = \frac{\Omega_k}{\Omega} = \frac{v_k}{v_c} = \frac{\lambda_c}{\lambda_k} = \frac{T_c}{T_k} = \frac{a}{r_k}, \quad (21)$$

где $\lambda_c = c/\nu_c$ и $T_c = 1/\nu_c$ — световая длина волны и соответствующий период обращения.

Из (20) следует, что при $\Omega \gg \Omega_k$ составляющей Ω_k/Ω можно пренебречь. При этом показатель n_n с ростом Ω увеличивается, что соответствует нормальной дисперсии света. При $\Omega \ll \Omega_k$ составляющей Ω/Ω_k также можно пренебречь. В этом случае показатель n_n с ростом Ω уменьшается. Это соответствует аномальной дисперсии света (ЭМП).

В отличие от световой угловой скорости $\Omega = c/a$ ЭМП фазовой скорости (20) соответствует механическая угловая скорость $\omega = v/a$ — скорость гравитационного поля (ГП) или движущегося объекта:

$$\omega = \frac{v}{a} = \frac{\Omega}{\sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{\Omega}{\Omega_k} + \frac{\Omega_k}{\Omega} \right)}} =$$

$$= \frac{\Omega_k}{\sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{a}{r_k} + \frac{r_k}{a} \right)}} = \frac{\Omega_k}{\sqrt{\frac{1}{2} (\kappa + \kappa^3)}}, \quad (22)$$

откуда находим период обращения $T = 2\pi/\omega = 1/\nu$ ГП:

$$T^2 = \frac{T_k^2}{2} \left(\frac{a}{r_k} + \frac{r_k}{a} \right) = \frac{T_k^2}{2} (\kappa + \kappa^3). \quad (23)$$

Скоростная закономерность (20) позволяет определить ряд других физических закономерностей. Однако здесь ограничимся лишь еще одной массовой закономерностью. Из фундаментального закона, связывающего массу со скоростью света (19), следует другой фундаментальный закон — сохранения момента импульса:

$$L = m_{эм} cr_k = mva = \text{const}, \quad (24)$$

откуда согласно (20) следует закон изменения массы с изменением ν_c или a :

$$m = \frac{L}{va} = \frac{L}{cr_k} \sqrt{\frac{1 + \kappa^2}{2\kappa^3}} = m_k \sqrt{\frac{1 + \kappa^2}{2\kappa^3}}, \quad (25)$$

где $m_k = L/cr_k$ — критическая масса, соответствующая критическому радиусу $r_k = c/\Omega_k$. Для атомных систем момент импульса L равен постоянной Планка $\hbar = 1,054 \cdot 10^{-34}$ Дж·с. При этом масса $m_k = m_n = 274m_e$, где $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31}$ кг — масса электрона; $m_n = 2,49 \cdot 10^{-28}$ кг — масса пions. Скоростные и массовая закономерности в относительных единицах представлены на рисунке, где критическая область представляет собой область неизведанного, область больших масс и высоких энергий. Эта область ни в микро-, ни в макромире не исследована. Далее необходимо определить критический радиус r_k и его физический смысл.

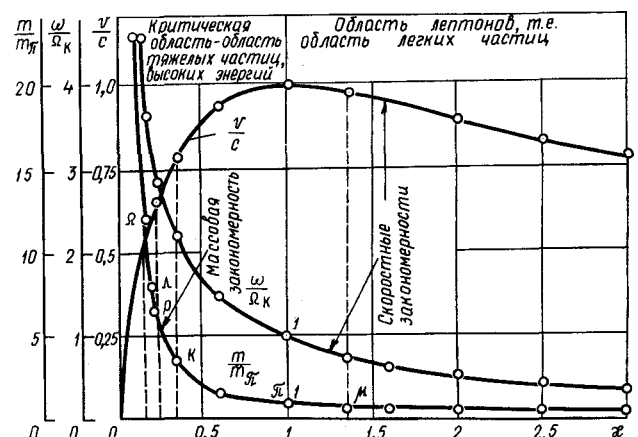
Из скоростной закономерности (20) следует планетарная закономерность:

$$av^2 = C_n \frac{\kappa^2}{1 + \kappa^2}, \quad (26)$$

откуда при $\kappa \gg 1$ находим планетарную постоянную:

$$C_n = 2r_k c^2 = av^2 = 1,327 \cdot 10^{20} \text{ м}^3/\text{с}^2, \quad (27)$$

где радиус орбиты Земли $a = 1,496 \cdot 10^{11}$ м; $v = 2,978 \times 10^4$ м/с — ее орбитальная скорость [5, с. 514 и 82]. Заметим, что произведение av^2 для всех планет одинаково. Согласно (27) радиус $r_k = C_n/2c^2 = 738$ м. Критерием его справедливости при массе Солнца $m_n = 1,99 \times 10^{30}$ кг служит гравитационная постоянная $G = C_n/m_n = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$, справедливая лишь для макроскопических систем. Из предыдущего соот-



Релятивистские закономерности: v/c , ω/Ω_k — скоростные и m/m_n — массовая ($\omega_k = 2,13 \cdot 10^{23}$ рад/с; $\kappa = a/r_k$, $r_k = 1,41 \times 10^{-15}$ м)

ношения следует константа $C_{\text{макр}} = 2c^2/G = 2,7 \times 10^{27}$ кг/м, справедливая для всех макроскопических планетарных систем (ПС). При этом критический радиус

$$r_k = m_u / C_{\text{макр}} = m_u / 2,7 \cdot 10^{27}. \quad (28)$$

Здесь m_u — центральная масса любой макроскопической ПС. Таков физический смысл критического радиуса, при котором скорость (20) максимальна.

Таким же образом определяется r_k и для атомных систем. В атоме водорода при первом боровском радиусе и соответствующей ему скорости планетарная постоянная $C_n = av^2 = 5,29 \cdot 10^{-11} (2,188 \cdot 10^6)^2 = 253,5 \text{ м}^3/\text{с}^2$. При этом для атома водорода при массе протона $m_u = 1,672 \cdot 10^{-27}$ кг находим гравитационную постоянную $G = C_n / m_u = 1,515 \cdot 10^{29} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$, микроконстанту $C_{\text{микро}} = 2 c^2 / G = 1,186 \cdot 10^{-12} \text{ кг/м}$ и критический радиус $r_k = m_u / C_{\text{микро}} = 1,4 \cdot 10^{-15} \text{ м}$, что совпадает с радиусом действия ядерных сил [6, с. 397].

Рассмотрим примеры, подтверждающие достоверность полученных здесь закономерностей. Астрономическими наблюдениями установлено, что все звезды вместе с Солнцем вращаются вокруг центра Галактики. «Это вращение имеет следующие особенности» [5, с. 456]:

1. «Линейная скорость вращения сначала возрастает по мере удаления от центра. Затем примерно на расстоянии Солнца она достигает наибольшего значения..., после чего очень медленно убывает». Этот экспериментальный факт полностью согласуется с зависимостью v от a , приведенной на рисунке.

2. «Угловая скорость вращения убывает по мере удаления от центра. Однако это убывание несколько медленнее, чем если бы вращение звезд вокруг центра Галактики происходило по законам Кеплера». Из (22) и (23) видно, что если в этих формулах пренебречь значением κ по сравнению с κ^3 , то ω и T изменяются точно в соответствии с третьим законом Кеплера. Однако при $\kappa^3 \ll \kappa$, величины ω и T изменяются медленнее, чем по закону Кеплера. Это следует также из планетарной закономерности (26), которую можно представить так:

$$a^3 / T^2 = C_n / (4\pi^2) \frac{\kappa^2}{1 + \kappa^2}, \quad (29)$$

откуда видно, что при малых значениях κ , когда в знаменателе нельзя пренебречь единицей, эта закономерность изменяется с изменением κ . Но при $\kappa \gg 1$ из (29) следует третий закон Кеплера: $a^3 / T^2 = a_0^3 / T_0^2 = a_n^3 / T_n^2$.

Другим доказательством достоверности скоростной закономерности может быть сравнение скорости v , рассчитанной по (20) при $r_k = 738 \text{ м}$, со скоростью $v_{\text{оп}}$,

Орбитальные скорости планет, рассчитанные по теоретической скоростной закономерности (20) при $r_k = 738 \text{ м}$ и по экспериментальной формуле при периоде T

Планета	$a \cdot 10^9 \text{ м}$	$v_{\text{опыт}} \times 10^3 \text{ м/с}$	$v_{\text{теор}} \times 10^3 \text{ м/с}$	$T \cdot 10^6 \text{ с}$
Меркурий	57,910	47,8	48,0	7,6
Венера	108,21	34,9	35,0	19,4
Земля	149,60	29,73	29,78	31,6
Марс	227,94	24,1	24,1	49,4
Юпитер	778,34	13,05	13,1	374
Сатурн	1427,2	9,65	9,65	930
Уран	2869,3	6,80	6,82	2660
Нептун	4498,5	5,43	5,43	5200
Плутон	5900,0	4,73	4,74	7830

Примечания: $v_{\text{теор}} = \frac{C}{\sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{r_k}{a} + \frac{a}{r_k} \right)}}$; $v_{\text{опыт}} = 2\pi a / T$.

рассчитанной по сидерическому периоду обращения планет и радиусу орбиты, равному большой полуоси эллипса [5, с. 514]. В таблице проведено такое сравнение, из которого видно, что теоретическое и опытное значение скоростей практически совпадают.

Ради полноты рассматриваемой здесь задачи следует отметить, что полученные закономерности описывают и микромир. Например, из (25) при $\kappa = 1$ находим массу, равную массе пиона $m_k = m_\pi = 274 m_e$, а при первом боровском радиусе $a = 5,29 \cdot 10^{-11} \text{ м}$ ($\kappa = 37500$) получаем массу, равную массе электрона. Таким образом, массовая закономерность (25) позволяет определить полный спектр известных и предсказываемых этой закономерностью масс микрочастиц со всеми их параметрами (радиусом, скоростью, энергией, частотой и периодом вращения). Под действием световой частоты ν_c частица трансформируется в другую частицу, с другими взаимосогласованными параметрами, создавая предпосылку к теории образования микрочастиц.

В заключение важно рассмотреть равенство, следующее из (13) и (22):

$$a = c / \Omega = v / \omega = 1 / \sqrt{\gamma_0 \eta_0}. \quad (30)$$

Его значимость состоит в том, что на одном и том же расстоянии от центра ПС происходят два взаимосвязанных между собой процесса. С одной стороны, происходит вращение с угловой скоростью Ω ЭМП вокруг центра ПС; с другой стороны, происходит вращение с угловой скоростью ω ГП в том же направлении. Так как $\Omega > \omega$, то планеты, находящиеся в ГП, движутся (катятся) за ЭМП подобно ротору в асинхронных двигателях с катящимся ротором, что находит отражение в энергетической (18) и в скоростных (20) и (22) закономерностях. При этом зависимость электромагнитной энергии от частоты можно рассматривать как зависимость вращающего момента от частоты в асинхронных двигателях, для которых скольжение s определяется так:

$$s = (\Omega - \omega) / \Omega = 1 - \omega / \Omega. \quad (31)$$

В этой аналогии Ω — угловая скорость ЭМП, создаваемого обмоткой статора, ω — угловая скорость ротора (планеты). Эта аналогия особенно характерна для микромира, где электрон, вырываемый из атомной оболочки электромагнитным полем ядра, ускоряется этим полем согласно (22) до $\omega = \omega_k = \Omega_k$ и массы, равной согласно (25) массе пиона, при которой согласно гипотезе Х. Юкавы происходит ядерное взаимодействие.

Выводы. Решение симметричной системы уравнений ЭМП привело к выявлению ряда физических закономерностей, применимых как к микро-, так и к макросистемам, в том числе к электротехнике и электрическим машинам переменного тока. Дано объяснение физическим параметрам; показано, что гравитационная постоянная в атомах в $2,27 \cdot 10^{39}$ раза больше ньютоновской гравитационной постоянной, справедливой лишь только для макромира. Таким образом, гравитационные взаимодействия не самые слабые; в атомах они равны электромагнитным и сильным взаимодействиям.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аркадьев В. К. Электромагнитные процессы в металлах. Ч. 2. — М. — Л.: ОНТИ, 1936.
2. Яворский Б. М., Детлаф А. А. Справочник по физике. — М.: Наука, 1985.
3. Панасенков М. А. Электромагнитные расчеты устройств с нелинейными распределенными параметрами (монография). — М.: Энергия, 1971.
4. Тамм Е. И. Основы теории электричества. — М. — Л.: ГИТЛ, 1949.
5. Бакулин П. И., Кононович Э. В., Мороз В. И. Курс общей астрономии. — М.: Наука, 1970.
6. Вихман Э. Квантовая физика. — М.: Наука, 1974.

[24.02.86]